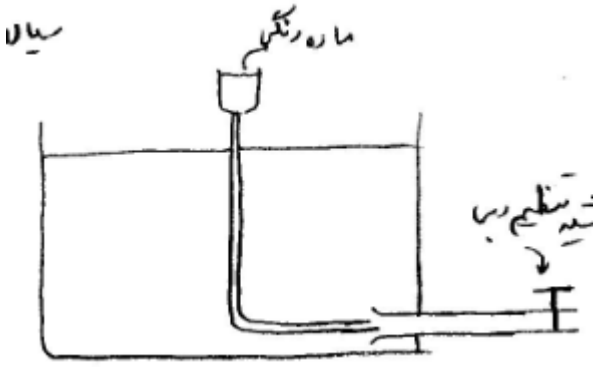
باسمه‌تعالی

جریان آب در لوله‌ها



آزمایش رینولدز برای تشخیص جریان آرام و آشفته به کار می‌رود.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

که در آن، D قطر داخلی لوله است.

برای جریان آب در لوله‌ها، در اعداد رینولدز کمتر از ۲۰۰۰، جریان آرام است؛ در اعداد رینولدز بیشتر از ۴۰۰۰، جریان آشفته است.

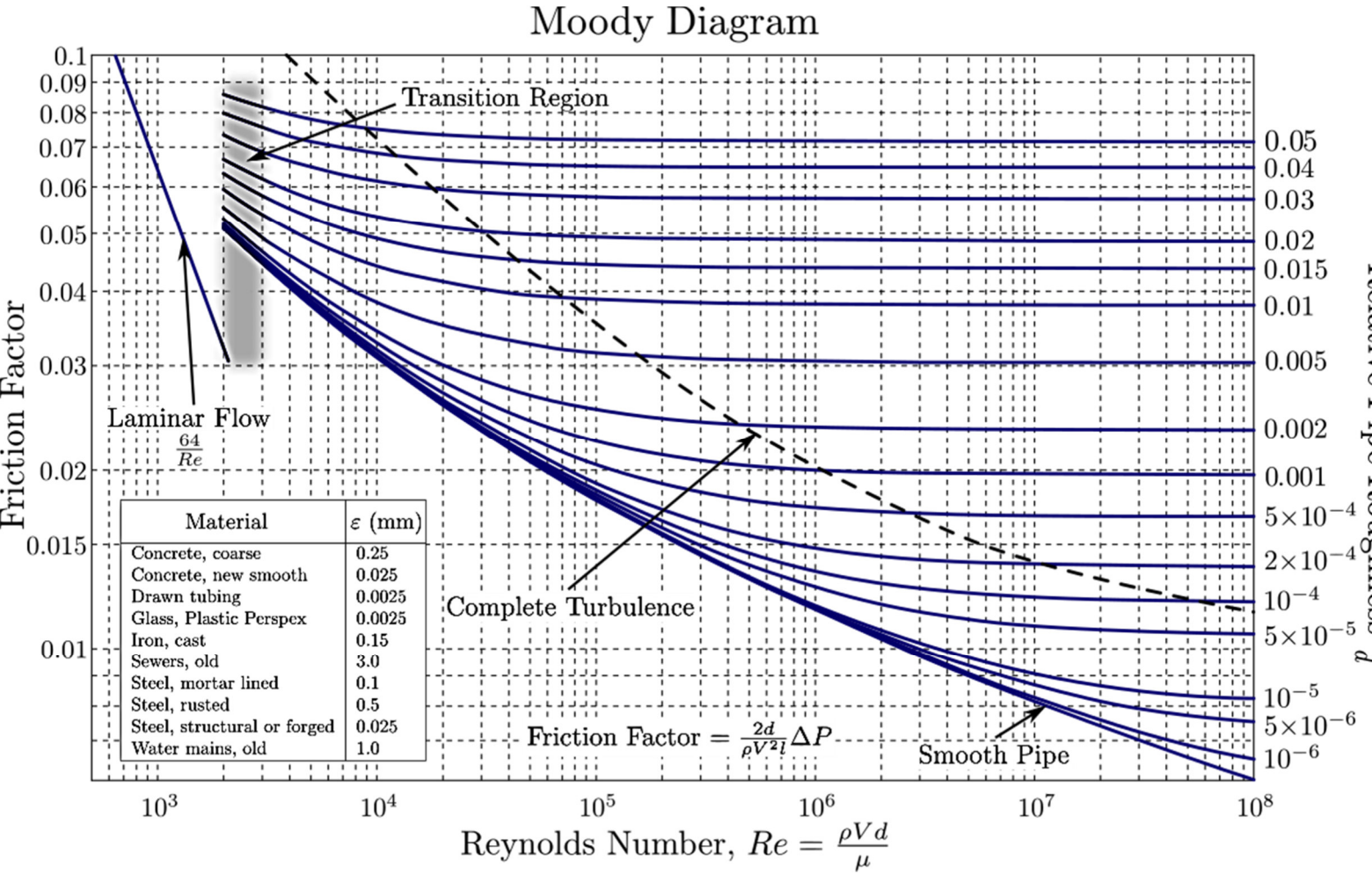
در اعداد رینولدز بین ۲۰۰۰ تا ۴۰۰۰، بسته به شرایط، جریان می‌تواند آرام و یا آشفته باشد.

مقدار افت انرژی جریان سیال در لوله به طول L و قطر D را می‌توان با رابطه دارسی-وایسباخ حساب کرد:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

که در آن، f ضریب اصطکاک دارسی-وایسباخ نام دارد و برای ناحیه آرام ضریب اصطکاک از رابطه مقابل بدست می‌آید: $f = \frac{64}{Re}$

برای ناحیه آشفته، می‌توان با داشتن زبری نسبی $\frac{\varepsilon}{D}$ و عدد رینولدز، f را از نمودار مودی بدست آورد:



Material	ε (mm)
Concrete, coarse	0.25
Concrete, new smooth	0.025
Drawn tubing	0.0025
Glass, Plastic Perspex	0.0025
Iron, cast	0.15
Sewers, old	3.0
Steel, mortar lined	0.1
Steel, rusted	0.5
Steel, structural or forged	0.025
Water mains, old	1.0

انواع مسأله‌های مربوط به افت فشار در لوله‌ها:

با توجه به رابطه دارسی-وایسباخ: $h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$، که در آن سرعت با رابطه $V = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2}$ قابل بیان است و ضریب اصطکاک f به $\frac{\varepsilon}{D}$ و $Re = \frac{VD}{\nu}$ وابسته است؛ متغیرهای مسأله عبارت‌اند از: $Q، h_f$ ، D ، L ، $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ و ε

از بین متغیرهای مسأله، معلوم‌ها اینها هستند: L ، ν و ε

بنابراین مجهولات مسأله می‌تواند یکی از سه متغیر $Q، h_f$ و D باشد و در هر مسأله با معلوم بودن دو تا از سه متغیر، می‌توان متغیر سوم (مجهول مسأله) را بدست آورد؛ بسته به اینکه کدام پارامتر مجهول باشد، سه نوع مسأله داریم:

نوع مسأله	مجهول	معلومات
I	h_f	$Q, L, D, \nu, \varepsilon$
II	Q	$h_f, L, D, \nu, \varepsilon$
III	D	$h_f, Q, L, \nu, \varepsilon$

مسأله نوع I:

روغن با دبی $\frac{L}{s}$ ۱۴۰ و لزجت سینماتیک $\nu = 0.00001\frac{m^2}{s}$ در یک لوله چدنی با زبری $\varepsilon = 0.25mm$، قطر $D = 200mm$ و طول $L = 400m$ جریان دارد؛ افت ارتفاع (افت انرژی) را بر حسب متر بدست آورید.

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

① $R = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu} = \frac{Q}{A}\frac{D}{\nu} = \frac{0.140}{\frac{\pi}{4}(0.2)^2}\frac{0.2}{0.00001} = 89127$

② $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.25mm}{200mm} = 0.00125$

③ نمودار مودی $\begin{cases} R = 8.9\times10^4 \\ \frac{\varepsilon}{D} = 0.00125 \end{cases}$ ← درون‌یابی $f = 0.023$

④ $h_f = 0.023\frac{400}{0.2}\frac{1}{2g}\left(\frac{0.140}{\frac{\pi}{4}(0.2)^2}\right)^2 = 46.58\ m$

مسأله نوع II:

آب با دمای ۱۵ درجه، $\nu = 1.13\times10^{-6}\frac{m^2}{s}$ در لوله‌ای به قطر $D = 300mm$ جریان دارد. جنس لوله از ورق فولادی با $\varepsilon = 3mm$ است. برای $L = 300m$ از لوله افت انرژی برابر $h_f = 6m$ است. مقدار دبی عبوری از لوله را بدست آورید.

① $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{3\,mm}{300\,mm} = 0.01$

② نمودار مودی $\rightarrow f = 0.04$

③ جایگذاری در رابطه دارسی وایسباخ $6 = 0.04\left(\frac{300}{0.3}\right)\frac{1}{2(9.806)}(V^2) \Rightarrow V = 1.715\ \frac{m}{s}$

④ $R = \frac{VD}{\nu} = \frac{1.715(0.3)}{1.13\times10^{-6}} = 4.55\times10^{5}$

② نمودار مودی $f = 0.038$

③ جایگذاری در دارسی وایسباخ $6 = 0.038\ \frac{300}{0.3}\ \frac{V^2}{2(9.806)} \rightarrow V = 1.760\ \frac{m}{s}$

$Q = VA = 1.760\ \frac{m}{s}\ (\frac{\pi}{4})(0.3)^2 = 0.1244\ \frac{m^3}{s}$

مسأله نوع III:

قرار است برای انتقال روغن با لزجت سینماتیک $\nu = 1.0\times10^{-5}\frac{m^2}{s}$ و دبی ۲۵۰ $\frac{L}{s}$ از لوله‌ی آهنی تمیز با $\varepsilon = 0.046mm$ استفاده شود. برای $L = 3000m$ از لوله افت انرژی برابر $h_f = 25m$ است. قطر لازم برای لوله را بدست آورید.

پنج گام برای حل مسأله نوع III:

گام ۱: برای f یک مقدار اولیه فرضی در نظر می‌گیریم.

گام ۲: به کمک رابطه دارسی وایسباخ، با داشتن ضریب اصطکاک f، قطر D را حساب می‌کنیم.

گام ۳: عدد رینولدز Re را بدست می‌آوریم.

گام ۴: $\frac{\varepsilon}{D}$ را حساب می‌کنیم.

گام ۵: با داشتن Re و $\frac{\varepsilon}{D}$ ضریب اصطکاک f را از نمودار مودی می‌خوانیم و با f بدست آمده به گام ۲ می‌رویم.

گام‌های ۲ تا ۵ را آنقدر تکرار می‌کنیم (در عمل دو تا سه بار تکرار کافی است) تا مقدار قطر D در دو مرحله پشت سر هم برابر شود.

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{(\frac{Q}{A})^2}{2g} = f\frac{L}{D}\frac{1}{2g}(\frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2})^2 \Rightarrow D^5 = \frac{8(3000)(0.25)^2}{25(9.81)\pi^2}f = 0.620f \Rightarrow D = \sqrt[5]{0.620f}$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2}\frac{D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi\nu}\frac{1}{D} = \frac{4(0.25)}{\pi(1.0\times10^{-5})}\frac{1}{D} = \frac{31830}{D}$$

شماره تکرار	f	$D = \sqrt[5]{0.620f}$	$Re = \frac{31830}{D}$	$\frac{\varepsilon}{D}$
۱	۰/۰۲	۰/۴۱۶	۷۶۵۰۰	۰/۰۰۰۱۱
۲	۰/۰۱۹۵	۰/۴۱۳	۷۵۷۰۰	۰/۰۰۰۱۱
۳	۰/۰۱۹۶	۰/۴۱۳		